Domáca úloha č.1 (do 23. 10. 2006, 9:00)

Príklad 1. Riešte rekurentnú rovnicu: $Q_0 = \alpha$, $Q_1 = \beta$, $Q_n = (1+Q_{n-1})/Q_{n-2}$ pre $n > 1$. Predpokladáme, že $Q_n \neq 0$ pre všetky $n \geq 0$.

Príklad 2. Vyriešte rekurenciu

$$\begin{aligned} g(1) &= \alpha \\ g(2n) &= 3g(n) + \gamma n + \beta_0 \quad n \geq 1 \\ g(2n+1) &= 3g(n) + \gamma n + \beta_1 \quad n \geq 1. \end{aligned}$$

Pomôcka: skúste pre $g(n) = n$.

Príklad 3. Koľko najviac je ohraničených oblastí v rovine, ktoré dostaneme umiestnením n priamok v rovine?

Príklad 4. Vyriešte a urobte skúšku správnosti $u_n + 2u_{n-1} - 11u_{n-2} - 12u_{n-3} + 36u_{n-4} = 0$ pre $n \geq 4$ s inicializačnými podmienkami $u_0 = 2$, $u_1 = -9$, $u_2 = 41$, $u_3 = -205$.

Príklad 5. Nech $H_n = J_{n+1} - J_n$, kde J_n odpovedá značeniu podľa Jozefovej úlohy. Z rovníc pre J_n dostávame $H(2n) = 2$ a $H(2n+1) = 2H(n) - 2$, pre všetky $n \geq 1$. To teda vyzerá, že sme schopní dokázať $H(n) = 2$ pre všetky n, indukciou podľa n. Kde je chyba?