

Úlohy 2 (24.2.2025)

Termín do najbližších cvičení, najneskôr **5. marec 2025**, na cvičeniach. Každý príklad píšete na samostatný papier A4! Nezabudnite sa podpísať a uviesť skupinu kam chodíte na cvičenia (meno cvičiaceho resp. čas cvičenia a miestnosť). Ak máte riešenie príkladu na viacerých papieroch, vhodne ich zopnite.

Vždy uveďte aj zdôvodnenie (dôkaz) vášho riešenia! (Nestačí len áno/nie alebo číslo.)

Opísané riešenia sú za 0b (aj opisované aj opísané, nebudeme zisťovať čo je originál).

príklad 1.

Dokážte alebo vyvráťte:

- a) L_1 a L_2 sú jazyky. Ak $L_1^* = L_2^*$, tak $L_1 = L_2$.
- b) Sú jazyky $\{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \bmod 2 = 0\}$ a $\{xy \in \{a, b\}^* \mid |x| = |y|\}$ rovnaké?

Pomocou jazykov $L_a = \{a\}$, $L_b = \{b\}$, množinových operácií a zretazenia vyjadrite jazyk, ktorý obsahuje práve slová (nezabudnite zdôvodniť/dokázať)

- c) ktorých dĺžka je deliteľná 3;
- d) ktoré začínajú a končia rôznym písmenom a majú párnú dĺžku.

príklad 2.

Slová môžeme interpretovať rôznym spôsobom, táto úloha je jeden z príkladov ako sa to dá urobiť.

Uvažujme abecedu $\Sigma = \{H, D, P, L\}$.

Slovo $w = c_1 c_2 c_3 \dots c_k$, kde $c_i \in \Sigma$ budeme interpretovať ako program pre robota, ktorý sa hýbe hore, dole, vpravo a vľavo. Symbol H robot interpretuje ako posun smerom hore, D symbol ako posun dole, P vpravo a L vľavo. Posun každým smerom je vždy o rovnakú vzdialenosť. Robot dostáva postupne symboly slova c_1, c_2 až c_k a hýbe sa podľa nich. Vieme, že robot po ceste nenarazí na žiadne prekážky, a že $|w| = k$ a k je párne. Po interpretovaní celého slova by mal byť robot na rovnakom mieste. Pri zápise slova w sa ale občas niečo pokazilo... Úloha je nahradiť v slove w čo **najmenej** symbolov tak, aby interpretáciou tohoto nového slova w' robot skončil na rovnakom mieste ako začne. Nahrádza sa symbol zo Σ za symbol zo Σ , takže celková dĺžka slova sa nemení.

slovo je slovo nad Σ . Definujte v Pythone:

funkciu `kolko(slovo)`, ktorej výsledok bude koľko **najmenej** symbolov treba v slove `slovo` nahradiť. Príklad: `slovo('DPHL')` vráti 0; `slovo('DDPPHH')` vráti 1.

Nezabudnite uviesť prečo je vaše riešenie správne (dôkaz správnosti) a aj testovacie dáta.

Riešenie pošlite na winczer@fmph.uniba.sk, predmet dajte DU UTI.