

Úlohy 2 (24.2.2021)

Termín do najbližších cvičení, najneskôr **3. marec 2021**, nahrajte do moodle (odfoťte/nascanujte, skontrolujte si čitateľnosť!). Každý príklad píšete na samostatný papier! Nezabudnite sa podpísať a uviesť skupinu kam chodíte na cvičenia (meno cvičiaceho resp. čas cvičenia a miestnosť). **Napíšte na vaše riešenie aj identifikátor, pod ktorým ste/budete v tabuľke bodov - max 6 znakov.**

Vždy uveďte aj zdôvodnenie (dôkaz) vášho riešenia! (Nestačí len áno/nie alebo číslo.)

Opísané riešenia sú za 0b (aj opisované aj opísané, nebudeme zisťovať čo je originál).

Definícia: Nech Σ je abeceda. Majme $A \subseteq \Sigma$. $A^0 = \{\lambda\}$, $A^1 = A$ a pre $n \in \mathbb{N}$ je $A^{n+1} = AA^n$.

$$A^+ = \bigcup_{n \in (\mathbb{N} - \{0\})} A^n \text{ a } A^* = A^+ \cup \{\lambda\}.$$

príklad 1.

Dokážte alebo uveďte protipríklad. A, B sú jazyky nad abecedou Σ .

- $(A \cup B)^* = (A^* \cup B^*)^*$
- $(A \cup B)^* = (A^* B^*)^*$
- $A \subseteq B \Rightarrow A^* \subseteq B^*$

príklad 2.

Sú nasledujúce tvrdenia pravdivé? Svoju odpoveď dokážte!

- L_1 a L_2 sú jazyky. Ak $L_1^* = L_2^*$, tak $L_1 = L_2$.
- Jazyky $\{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \bmod 2 = 0\}$ a $\{xy \in \{a, b\}^* \mid |x| = |y|\}$ su rovnaké.

Pomocou jazykov $L_a = \{a\}$, $L_b = \{b\}$, množinových operácií a zretazenia vyjadrite jazyk, ktorý obsahuje všetky slová nad abecedou $\{a, b\}$ (nezabudnite zdôvodniť/dokázať),

- ktoré začínajú a končia rôznym písmenom a majú nepárnu dĺžku.
- ktoré neobsahujú dve a po sebe a ich dĺžka je najviac k . Pre $k \geq 4$ sem patrí napríklad slovo $abba$, ale nie slovo $baab$.

príklad 3.

Program odovzdajte do moodle ako textový súbor. Nezabudnite odovzdať do moodle aj slovné vysvetlenie hlavnej myšlienky programu (môže byť napísané aj čitateľne rukou, odfoťené/oscanované).

Nepoužívajte žiadnu knižnicu okrem `turtle` a usilujte sa vyhnúť `global`.

Slová môžeme generovať a interpretovať rôznym spôsobom, táto úloha je jeden z príkladov ako sa to dá urobiť.

Uvažujme abecedu $\Sigma = \{F, R, L, f\}$ postupnosť slov na abecedou Σ : $w_0 = F, w_i = \rho(w_{i-1}), i > 0$, kde $\rho(F) = FRFLFLFFLFLFLfF$, $\rho(f) = fff$, $\rho(R) = R$ a $\rho(L) = L$. Napríklad: $w_1 = \rho(w_0) = \rho(F), w_2 = \rho(w_1) = FRFLFLFFLFLFLfFRFRFLFLFFLFLFLf$

FLFRFLFLFFLFLFLfFLFRFLFLFFLFLFLfFFRFLFLFFLFLFLfFLFRFLFLFLFLFLfFLFRFLFLFLFFLFLFLfFLfFFRFLFLFFLFLFLfF.

Slovo $c_0c_1c_2c_3 \dots$, kde $c_i \in \Sigma$ budeme interpretovať korytnačkou tak, že budeme postupne čítať jeho symboly z ľava, c_0, c_1, \dots . Keď korytnačka číta symbol F , posunie sa o krok vpred a kreslí. Ak číta symbol L otočí sa o 90 stupňov vľavo, ak číta symbol R otočí sa o 90 stupňov vpravo, ak číta symbol f , posunie sa o krok vpred a nekreslí.

Definujte v Pythone:

funkciu `slovo(n)`, ktorej výsledok bude slovo w_n (nebojte sa využiť generátor),

funkciu `vykresli(s, krok)`, ktorá vykreslí korytnačkou slovo s , pričom veľkosť kroku korytnačky určí hodnota `krok`.

funkciu `vykresliK0dpoz(k, m, s, krok)`, ktorej výsledok bude slovo $c_m c_{m+1} \dots c_{m+k-1}$, keď $s = c_0 c_1 c_2 \dots$, $c_i \in \Sigma$. Môžete predpokladať, že $|s| > k + m$. Výsledné slovo vykreslíte s krokom `krok` (nebojte sa použiť `vykresli`).

Váš program by mal pracovať pri štandardných nastaveniach aj pre `vykresliK0dpoz(10000, 1000000, slovo(500), 1.5)`

Na urýchlenie vykreslovania použite `speed(0)` resp. `tracer(1000)`.

Nezabudnite uviesť aj testovacie dáta.