

## Úlohy 1 (15.2.2021)

Termín do najbližších cvičení, najneskôr **24. február 2021**, nahrajte do moodle (odfoťte/nascanujte, skontrolujte si čitateľnosť!). Každý príklad píšete na samostatný papier! Nezabudnite sa podpísať a uviesť skupinu kam chodíte na cvičenia (meno cvičiaceho resp. čas cvičenia a miestnosť). **Napište na vaše riešenie aj identifikátor, pod ktorým budete v tabuľke bodov - max 6 znakov.**

Vždy uveďte aj zdôvodnenie (dôkaz) vášho riešenia! (Nestačí len áno/nie alebo číslo.)

Opísané riešenia sú za 0b (aj opisované aj opísané, nebudeme zisťovať čo je originál).

### príklad 1.

- Koľko cifier potrebujeme na zápis čísla  $n > 0$  v i) dvojkovej sústave, ii) v trojkovej sústave, iii) v desiatkovej sústave? Prvá cifra je  $\neq 0$ .
- Nech  $k$  je počet číslic v danej sústave (pre dvojkovú  $k = 2$ , pre trojkovú  $k = 3, \dots$ ), aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybrané  $m$ -ciferné číslo,  $m \geq k$  má všetky cifry rovnaké?

### príklad 2.

Program odovzdajte do moodle ako textový súbor. Nezabudnite odovzdať do moodle aj slovné vysvetlenie hlavnej myšlienky programu (môže byť napísané aj čitateľne rukou, odfotené/oscanované).

Nepoužívajte žiadnu knižnicu a usilujte sa vyhnúť `global`, generátory sú povolené a pre naše účely generátor vracia zoznam. **Výsledok by mal váš program vypočítať v čase do 5s, čím skôr, tým lepšie.**

Definujte v Pythone funkciu

```
def slova(n):  
    ...
```

ktorá dostane na vstupe celé číslo  $n \geq 0$ . a vráti zoznam navzájom rôznych slov dĺžky  $n$  nad abecedou  $\{0, 1\}$ , ktoré neobsahujú tri nuly po sebe. Napríklad `slova(2)` vráti `['01', '11', '10', '00']`.

Definujte v Pythone funkciu

```
def sucetPrvychk(k, n):  
    ...
```

ktorá spočíta súčet prvých (najmenších)  $k$  slov dĺžky  $n$ . Súčet je príliš veľké číslo, tak vráti iba jeho zvyšok po delení  $10^9 + 7$ . Najmenších, sa myslí v takom poradí, že ak by sme si slová predstavili ako čísla, tak si ich usporiadame od najmenšieho, rastúco.

Napríklad `sucetPrvychk(100, 100)` je 37314252.

Vypočítajte pre  $k = 100$  a a)  $n = 10$ , b)  $n = 30$ , pre  $k = 200$  c)  $n = 250$ , d)  $n = 500$ .

Definujte v Pythone funkciu

```
def pocetNul(n):
```

```
...
```

ktorá určí počet 0 v slovách dĺžky  $n$  nad abecedou  $\{0,1\}$ , v ktorých nie sú tri nuly po sebe. Výsledný súčet môže byť veľký, preto funkcia vráti len zvyšok súčtu po delení  $10^9 + 7$ .

Napríklad `pocetNul(4)` je 22, a `pocetNul(75)` je 676763154.

Určíte pre e)  $n = 25$ , f)  $n = 50$ , g)  $n = 150$ .

Pomôcka: koľko je slov začínajúcich, alebo končiacich 00, 01, 10, 11 a koľko je v slovách v príslušných skupinách 0?