

ÚVOD DO TI 2019 - ÚLOHA 2

Všeobecné poznámky

1. Nezabúdajte na papier napísať deň, kedy chodíte na cvičenie alebo meno cvičiacej, aby sa k vám jednoduchšie dostali úlohy.
2. Ak máte jeden príklad na viac papierov, zopnite ich, nech sa nám nestratia a neprídete kvôli tomu o body.
3. Iba výsledok nestačí. Treba písať aj zdôvodnenia. Ak nájdete niečo na internete, uveďte aspoň zdroj, ideálne sa to snažte dokázať a vysvetliť.

Poznámky k príkladu 1

(opravovala Daniela Bezáková)

Nevadí, ak pri riešení úlohy využijete či opíšete niečo z literatúry, ale mali by ste sa snažiť tomu, čo opisujete, aj porozumieť. Z mnohých riešení bolo vidno, že sú opísané len tak, bez porozumenia.

Príklad bol za 10 bodov, a) za 3, b) za 4, c) za 3 body.

V a) a b) ste často neuvádzali dôvod, prečo niečo z niečo vyplýva. Pre množinové vzťahy, ktoré poznáte, mi to neprekážalo, ale očakávala by som to pri použití nových vzťahov vzťahujúcich sa špeciálne na jazyky. V príkladoch a) a b) bolo treba využiť vzťah, ktorý ste mali dokázať v príklade c). Niektorí si to uvedomili a pri dôkazoch a) a b) ste sa odvolávali na platnosť vzťahu c). Mnohí z Vás ste však tento vzťah využívali, no ani raz ste neuviedli, že ho využívate a že ste si vedomí, že tento vzťah platí. A už vôbec ste neuvádzali (a predpokladám, že mnohí ste si to ani neuvedomili), že ste využívali platnosť vzťahu $(L^*)^* = L^*$. max -1bod (bol strhnutý len raz, aj keď sa to opakovalo v a) aj b)) V b)

- niektorí ste sa dopracovali len k $(A^*B^*) \subseteq (A^* \cup B^*)^*$, ale už ste to nedotiahli ďalej
- niektorí ste dokázali, že $(A^*B^*)^* \subseteq (A^* \cup B^*)^*$, resp. $(A^*B^*)^* = (A^* \cup B^*)^*$, ale už ste neuviedli, že z toho a z dôkazu v príklade a) vyplýva, že $(A^*B^*)^* \subseteq (A \cup B)^*$, resp. $(A^*B^*)^* = (A \cup B)^*$. -1 bod
- niektorí ste využívali implikáciu $\forall x, y \in A^* \cup B^* \implies xy \in A^* \cup B^*$. To ale nemusí byť pravda (napr. pre $A = \{a\}, B = \{b\}$). Ak $x, y \in A^* \cup B^*$, potom $xy \in (A^* \cup B^*)(A^* \cup B^*)$, čo je podmnožinou $(A^* \cup B^*)^*$. Čiže správne bolo $x, y \in A^* \cup B^* \implies xy \in (A^* \cup B^*)^*$. -1 bod

V c) bolo najčastejšou chybou, že ste nedokázali platnosť vzťahu $A^* \subseteq B^*$, ale len $A^+ \subseteq B^+$, pretože ste využívali (prípadne aj dokázali) vzťah $A \subseteq B \implies A^n \subseteq B^n$, pre $n \in \mathbb{Z}^+$. Nedokázali ste, resp. ani ste sa nikde nezmenili o tom, že aj $A^0 \subseteq B^0$. Strhla som za to pol bodu. Ak ste navyše tvrdili, že Ak $x \in A^*$, potom $x \in A^n$ pre nejaké $n \in \mathbb{Z}^+$, tak ďalší pol bod. Našli sa aj prípady, keď ste ako dôkaz a), b) c) uviedli konkrétne príklady jazykov, pre ktoré to platí. Myslím, že v štvrtom semestri by ste už naozaj mohli vedieť, že ak máte niečo dokázať **pre všetky**, tak nestačí nájsť jeden príklad, pre ktorý to platí. Takto spravené „dôkazy“ boli za 0 bodov.

poznámky k príkladu 1.2

(Dana Pardubská)

Bodovanie: Napriek tomu, že úlohy boli pre vás rôzne ťažké, maximum za každú je rovnaké - 2,5 boda

- 2a ak len napísali jazyk a $L_1^* = L_2^*$ bez toho, aby napísali, čo je L_1^* resp. L_2^* , tak mali len 1 bod.
- 2b
- 0.5 bodu za správny tip, že sa nerovnajú
 - 1 bod ak filozofovali o tom, že sa to dá rozdeliť aj tak aj tak ale spravili to zle
 - 2.4 keď dali dva alternatívne kontrapríklady, pričom jeden z nich neplatil
- 2c
- 0.5 za popis ako množina slov dĺžky..
 - 1 ak tam bol pokus vyjadriť to cez zjednotenie $(L_a \cup L_b)^2k$, ale $k \in N$ nebolo, resp. bolo mimo
 - 1.5 ak to bolo zjednotenie cez $k \in N$
- 2d
- 0.5 analogicky - popis cez množinu slov s vlastnosťami
 - 1 ak použili pri tom xwx
 - 1.5 ak bolo zjednotenie dvoch prípadov s nesprávne umiestneným $k \in N$
 - 2 ak zjednotenie so správne umiestneným $k \in N$

V tomto príklade bolo najväčším problémom čítanie s dobrým porozumením - nie ste asi zvyknutí na čítanie takých formálnych zápisov. Prejavilo sa to v prípade 2b,2c,2d. Drobnosti v 2a boli skôr o pohodlnosti - neargumentovali ste rovnosť $L_1^* = L_2^*$, vyskytlo sa zlé zapísanie (asi dobre mysleného) $\{a\}^*$ a to takto $\{\lambda, a, a^2, a^3, \dots, a^n\}$, kde $n \in N$; asi ste si neuvedomili, že pri takomto zápise ide o konečné množiny.

Príklad 2b:

Problémom bolo pochopenie, že $L_2 = \{xy \in \{a, b\}^* \mid |x|_a = |y|_b\}$

- nie je jazyk slov, v ktorých je rovnaký počet symbolov a a b , ani to nie je jazyk slov párnej dĺžky s dodatočnými vlastnosťami
- pripúšťa rôzne dĺžky x , y a tiež to, aby $x = \lambda$ alebo $y = \lambda$

Na tomto padala väčšina kontrapríkladov. To, že nie je jasné, ako sa má xy rozdeliť na x , y znamená, že musíte zvážiť *všetky* možné delenia. Ak to má byť kontrapríklad, žiadne z týchto delení nemôže viesť k tomu, že $xy \in L_2$. Teda $aaaa = \underbrace{\lambda}_x \cdot \underbrace{aaaa}_y \in L_2$, lebo $|x|_a = |y|_b = 0$ a

podobne. Najjednoduchšie bolo hľadať príklad slova nepárnej dĺžky z L_2 .

Ešte sa vyskytla aj situácia, že ste si ako L_1 pre kontrapríklad vyrobili vlastný jazyk L_1 , čo je neprípustné - jazyk raz bol definovaný, nemôžete ho meniť.

Príklad 2c a 2d: Tu prišlo asi k nepochopeniu zadania; zopár ale pochopilo:-) Ak mám vyjadriť nejaký jazyk pomocou jazykov L_a, L_b a množinových operácií, môžem používať zjednotenie, zreťazenie, iteráciu a pod, ale

- nemôžem vytvárať jazyk $L = \{\dots \mid |w| = 0 \pmod{2}\}$
- zápis $((L_a \cup L_b)^{2k})$, $k \in N$ nie je správne - v skutočnosti ide o *konečnú* množinu slov dĺžky $2k$ pre ľubovoľné $k \in N$. Asi to chcelo byť $\bigcup_{k \in N} ((L_a \cup L_b)^{2k})$, čo tiež nie je úplne v poriadku, ale po diskusii s MW za takýto zápis nejaké body sú.

Napr. jazyk slov párnej dĺžky sa dá napísať takto $((L_a \cup L_b)^2)^*$, resp. $((L_a \cup L_b)(L_a \cup L_b))^*$. Z uvedeného by malo byť zrejmé správne riešenie 2c,2d.

poznámky k príkladu 1.3

(m.w)

Príklad bol za 10b

- nevráti vzory, resp generátor vzorov. 2b
- dlho počíta - neefektívne -3b
- generuje priamo celý zoznam - príliš veľké -3b
- generuje zoznam ale má podmienku, že nie viac než m prvkov. Nie je jasné, ktoré prvky chýbajú -1b
- generuje generátor slova a postupne skúša či sa zobrazia na zadané slovo -3b

```
def prepiseSaNag(f, w):
```

```
    if not w:
```

```
        return ['']
```

```
    else:
```

```
        return (z+v for z,do in f if w.startswith(do) for v in prepiseSaNag(f, w[len(do):]))
```