

ÚVOD DO TI 2017 - ÚLOHA 2

Všeobecné poznámky

1. Nezabúdajte na papier napísať deň, kedy chodíte na cvičenie alebo meno cvičiacej, aby sa k vám jednoduchšie dostali úlohy.
2. Ak máte jeden príklad na viac papierov, zopnite ich, nech sa nám nestratia a neprídete kvôli tomu o body.
3. Iba výsledok nestačí. Treba písať aj zdôvodnenia. Ak nájdete niečo na internete, uveďte aspoň zdroj, ideálne sa to snažte dokázať a vysvetliť.
4. Výsledky nemusíte vyčíslovať, stačí zapísanie pomocou sumy. Ak však používate nejaké označenie namiesto vzorcov, napíšte aspoň všeobecný tvar.

Poznámky k príkladu 1.1

(opravovala Paula Budzáková)

- a) plný počet 2b. Veľká väčšina ste s týmto príkladom nemali problém.
 - -0,5b ak ste mali len riešenie bez vysvetlenia. Ak ste mali vysvetlenie, ale chýbala vám ukážka, prečo sú jazyky rôzne resp. rovnaké - 0,25b.
- b) plný počet 3b. V tomto príklade bol nutný dôkaz. Ak ste mali napísané, žeby ste to riešili matematickou indukciou, ale reálne ste tú matematickú indukciu neriešili, dôkaz ste nemali. Ak ste to dokazovali inak ako matematikou indukciou, napr pomocou podmnožiny a vaše riešenie aj samotný dôkaz obsahoval, tak to bolo ok. Podstatné je, že ste to dokazovali.
 - ak ste len vysvetlili ideu, ale chýbal vám dôkaz - 2b.
 - ak ste dokazovali matematickou indukciou, nestačí bázu riešiť len pre slová dĺžky 0. V tomto ste väčšina stratila body. Uvedomte si, že je nutné riešiť v báze slová dĺžky 1 a 2. Ak ste mali bázu len pre slová dĺžky 0, stratili ste - 1,25b (1b za slová dĺžky 1 a 0,25b za slová dĺžky 2)
 - Ak vám v matematickej indukcii chýbal indučkný predpoklad, stratili ste - 1b.
 - Ak ste pridávali znak a nenapísali ste kam, či na začiatok alebo koniec -0,25b.
 - Taktiež ak ste posúvali oddeľovač (prepážku) bez toho, aby ste určili smer posunutia - 0,25b.
 - Ak ste posúvali oddeľovač za najbližší znak a , stratili ste - 0,5b. Oddeľovač sa posúva o jeden znak, nie za najbližšie a .
 - Samozrejme, ak vám chýbalo vysvetlenie, hlavne pri dôkaze podmnožinou, stratili ste -1b. Ak ste mali vysvetlenú jednu stranu dôkazu a druhá bola "zjavná 0,5b. Nestačí tam napísať len dôkaz bez toho, aby ste k tomu nenapísali aspoň pár viet. Takýto dôkaz ste mohli odpísať. Ak ho naozaj viete, zdá sa vám to triviálne a zjavné, to je pekné, ale ja naozaj nemám takto ako zhodnotiť, či ste to neodpísali jeden od druhého.

c) plný počet 2,5b.

- chýbajúce podrobné vysvetlenie - 0,5b.
- ak ste v riešení nemali zahrnuté všetky možnosti, stratili ste -1b. Mnoho z vás malo túto chybu, nestačí napísať len jeden príklad slova párnej dĺžky. Je podstatne uvedomiť si, že tie znaky sa môžu rôzne strieďať, slovo môže obsahovať znaky len jedného druhu a podobne. Vaše riešenie ste mali mať všeobecne pre všetky možnosti slov párnej dĺžky.

d) plný počet 2,5 b.

- chýbajúce podrobné vysvetlenie - 0,5b.
- Ak ste zrazu používali jazyk, ktorý ste nemali zadefinovaný, stratili ste - 1b. Bolo viacero riešení, v ktorých sa objavil jazyk A, L4 a podobne a márne som hľadala, nemala som odkiaľ vedieť, aký je to jazyk a či je vaše riešenie správne.
- Ak ste znova nemali zahrnuté všetky možnosti, stratili ste - 1,5b. Nestačí vytvoriť riešenie pre konkrétne slovo nepárnej dĺžky napr. dĺžky 5. To je len čiastkové riešenie, zďaleka nie úplne.

Poznámky k príkladu 1.2

(opravovala Lucia Budinská)

a) táto časť bola za 3b. Plný počet bodov ste dostali, ak ste mali správny kontrapríklad a ukázané, že to je naozaj kontrapríklad. Časť z vás si neuvedomila, že $\emptyset^* = \{\lambda\}$ (rovnako ako $0^0 = 1$), za to som strhla 0.1b. Ak ste niečo zabudli dopísať, strhávala som desatiny bodu.

Viacerí ste pozabudli na definíciu homomorfizmu a napísali ste niečo v štýle $h(1) = aa$, $h(10) = ba$, čo je zle. Po prvé - treba definovať homomorfizmus na znakoch, po druhé - $h(10) = h(1)h(0)$, čo vo väčšine vašich prípadov neplatilo.

Častou chybou bolo aj to, že ste mali pre homomorfizmus $h(1) = aa$ inverzný homomorfizmus $h^{-1}(\{aa\}^*) = \{1\}$ namiesto správneho $\{1\}^*$. Stačí si uvedomiť, že napr. $h(11) = aaaa$ a slovo $aaaa$ sa nachádza v $\{aa\}^*$.

Problémom bolo tiež to, že ste si definovali homomorfizmus na prázdne slovo $h(a) = \lambda$ a neuvedomili ste si, že potom aj napr. $h(aaaaa) = \lambda$ a teda inverzný homomorfizmus λ nie je iba $\{a\}$.

b) Táto časť bola za 4b. 2b za každú inklúziu. Väčšina z vás spravila nesprávne odvodenie $\cup_{i \in \mathbb{N}} h(L^i) = h(L)^*$ a opačne. Využívali ste teda v dôkaze vzťah, ktorý ste mali dokázať. Pokiaľ ste neukázali, prečo podľa vás platí $h(L)h(L)...h(L) = h(L)^n = h(L^n) = h(LL...L)$, nemali ste za danú inklúziu body.

c) Za tento dôkaz ste mohli získať 3b - za každú inklúziu 1.5b. Častou chybou bolo, že ste si mýlili zjednotenie a zrefazenia, teda ste používali takýto nesprávny vzťah $x \in L_1 \rightarrow x \in L_1L_2$. Aby ste videli, že to neplatí: nech $x = a$, $L_1 = \{a\}$, $L_2 = \{b\}$, potom $L_1L_2 = \{ab\}$ a vidíme, že a patrí do L_1 ale nepatrí do L_1L_2 . Táto chyba znamenala 0b za danú inklúziu.

(poznámky) Často sa vo vašich dôkazoch objavili zvláštne formulácie ako napr.

- $w = L$ - správne: $w \in L$ (slovo patrí do jazyka)
- $w \in h(x)$ - správne: $w = h(w)$ (homomorfizmus slova je slovo, a slovo sa druhému slovu môže rovnať nie do neho patriť)
- $x = h(y), y = y_1y_2 \rightarrow x = h(y_1) \wedge x = h(y_2) \dots$ - správne by ste mali aj slovo x rozdeliť na dve slová $x = x_1x_2 : x_1 = h(y_1), x_2 = h(y_2)$.
- $h(L^*) \rightarrow h(\cup_{i \in \mathbb{N}} L^i) \dots$ - správne: Nech $x \in h(L^*) \rightarrow x \in h(\cup_{i \in \mathbb{N}} L^i) \dots$ (uvedomte si, že z množiny nevyplýva množina, ale ak spravíte logický výrok [pre slovo z jazyka platí], môžete používať implikáciu)

poznámky k príkladu 1.3

(m.w)

- každá časť za cca 3b
- Rôzne chyby, ktoré spôsobia zlé výsledky, ale myšlienka riešenia je v poriadku. Napríklad všetky programy majú len dĺžku tri - Napríklad: prílišná optimalizácia kódu, čo môže viesť k chybám. Radšej tri postupnosti cyklov ako jedna ale s chybou. -2b
- program padne s chybou. Žiadne vysvetlenie hlavnej myšlienky. -8b

Niektorí ste ma upozornili, že rôzne verzie Pythonu dávajú rôzne počty korektných programov dĺžky 3. Ak je to tak, asi sa mení aj jazyk Python... Poučenie programy nie sú prenositeľné vo všeobecnosti medzi verziami, lebo niektoré knižničné funkcie nemusia dávať tie isté hodnoty. Smutné ale možné.

Ukážka programu (poslal Bočinec)

```
import itertools #kniznica, ktoru pouzijeme na generovanie variacii pre rôzne dĺžky

def valid(program): #pomocou vynyvky spravime test ci zadany program validny
    try:
        compile(program, '<string>', 'exec')
        return True
    except:
        return False

#generovanie vsetkych este nevalidnych programov, usporiadane kanonicky
chars = [chr(x) for x in range(128)]
programsSum = [] #pole uz validnych programov

#vytvori permutacie jednotlivych dlzok a zvaliduje ich filtrom pomocou funkcie valid
for i in 1,2,3:
    programs = list(filter(valid, (''.join(item) for item in itertools.product(chars, repeat=i))))
    programsSum += programs #pridame dlhsie za kratšie cim zachovame usporiadanie
    print("Programov dlzky ",i," je ",len(programs))

print("Programov dlzky 1,2,3 je ",len(programsSum))

print("*" *30, "\n Uloha b")
#uloha b
print("Program ktory sa sklada! zo znakov s ASCII kodmi 13 a 49 je ",programsSum.index(chr(13)+chr(49)))
print("*" *20, "\n Uloha c")
#uloha c
```

```
#kedze su zoradene tak na danom indexe v poli,ak počítame od nuly je dany program.s  
print("Na 272. mieste je program ",repr(programsSum[272]))  
print("Na 8162. mieste je program ",repr(programsSum[8162]))
```