

## Úlohy 1 (20.2.2017)

Termín: **1. marec 2017**, na cvičeniach. Každý príklad píšete na samostatný papier A4! Nezabudnite sa podpísať a uviesť skupinu kam chodíte na cvičenia (meno cvičiaceho resp. čas cvičenia a miestnosť).

Vždy uveďte aj zdôvodnenie (dôkaz) vášho riešenia! (Nestačí len áno/nie alebo číslo.)

Opísané riešenia sú za 0b (aj opisované aj opísané, nebudeme zisťovať čo je originál).

**Príklad 1.** Koľko je slov nad abecedou  $\{0, 1\}$  takých, že

- ich dĺžka je  $2n$  a obsahujú najviac  $n$  symbolov 0?
- ich dĺžka je 10 a neobsahujú podslovo 10111?
- Majme abecedu  $\Sigma = \{a, b, c\}$  a nech pre jej symboly platí  $a < b < c$ . Koľko je slov  $x$  nad abecedou  $\Sigma$  takých, že ich dĺžka je 10 a pre  $s, r \in \Sigma$ , také, že  $r \neq s$  je  $|x|_s = |x|_r$ .

**Príklad 2.** Uvažujme slová nad abecedou  $\{0, 1\}$ . Slovo  $u_0 = 0$ . Slovo  $u_n = u_{n-1}\overline{u_{n-1}}$ , kde  $\bar{x}$  je slovo, ktoré dostaneme z  $x$  tak, že vymeníme všetky 0 za 1 a opačne. Napríklad,  $\overline{1101} = 0010$ . Prvých niekoľko slov je  $u_1 = 01, u_2 = 0110, u_3 = 01101001$ . Všimnite si, že pre slovo  $u_n$ , je pre všetky  $k \leq n$  sú slová  $u_k$  prefixom slova  $u_n$ . Označme  $u[m]$   $m$ -tý symbol v slove  $u$ . Napríklad pre  $u_3[0] = 0, u_3[1] = 1, u_3[6] = 0, u_3[7] = 1$ .

- Určite, pre ktoré najmenšie  $k$  má zmysel pýtať sa na  $u[10000]$ . Určite  $k$  aj  $u[10000]$ .
- Určite  $u[10^6]$ .
- Určite  $u[10^{12}]$ .

**Príklad 3.** (Ak ste dali aj 2c.) Uvažujte slová z úlohy 2. Slovo necháme interpretovať korytnačke zľava do prava. Symbol 1 sa interpretuje ako `1t(60)` a 0 ako `fd(krok)`, krok si zvolíte tak, aby sa vám obrázok zmestil na obrazovku. Váš program by mal kresliť aj pre slovo  $u_{30}$ . Naprogramujte v jazyku Python s použitím turtle. Program sa musí dať spustiť. Riešenie pošlite na [winczer@fmph.uniba.sk](mailto:winczer@fmph.uniba.sk)