

Úlohy 3 (9.10.2015)

Termín: **15. október 2015**, na cvičeniach. Každý príklad píšete na samostatný papier A4! Nezabudnite sa podpísať a uviesť skupinu kam chodíte na cvičenia (meno cvičiaceho resp. čas cvičenia a miestnosť).

Vždy uveďte aj zdôvodnenie (dôkaz) vášho riešenia! (Nestačí len áno/nie alebo číslo.)

Opísané riešenia sú za 0b (aj opisované aj opísané, nebudeme zisťovať čo je originál).

Príklad 1. Dokážte, slebo uveďte kontrapríklad.

- Nech L_1, L_2 sú jazyky a h homomorfizmus. $h^{-1}(L_1 \cap L_2) = h^{-1}(L_1) \cap h^{-1}(L_2)$
- Nech L je jazyk a h homomorfizmus. $(h(L))^* = h(L^*)$
- $m \in N$. Označme $L_m = \{w \in \{a, b\}^* \mid \exists k \in N, |w|_a = mk\}$. Potom $L_6 = L_3 \cap L_2$.

Príklad 2. Nakreslite aké krivky vytvorí korytnačka čítaním (interpretáciou) slov w_2, w_3, w_4 , (ak naprogramujete, skúste aj ďalšie slová, napríklad w_{10}) kde

$$\begin{aligned}w_0 &= f \\w_i &= \phi(w_{i-1}), \text{ pre } i > 0 \\ \phi(f) &= (\mathbf{F} \diamond f \circ \mathbf{F} +)^4 \\ \phi(\mathbf{F}) &= \mathbf{F}\mathbf{F} \\ \phi(\circ) &= \circ \\ \phi(\diamond) &= \diamond \\ \phi(+)&= +\end{aligned}$$

Korytnačka je robot natočený do nejakého smeru. Vie spracovať slovo nad abecedou $\{\mathbf{F}, \circ, \diamond, +, f\}$. Slovo číta po symboloch zľava doprava. Význam symbolov pre korytnačku je takýto:

- \mathbf{F} posuň sa v smere natočenia o dĺžku jedna a kreslí pri tom čiaru,
- \circ otoč sa doľava o 135° ,
- \diamond otoč sa doprava o 135° ,
- $+$ otoč sa doprava o 90° ,
- f ignoruje (nerobí nič).