# Úvod do TI 2012

## poznámky k príkladu 1.1

Nebolo jasne definované, či je postupnosť dĺžky 0 postupnosťou. Preto som bral obe riešenia, 374, aj 375 Veľa z vás prišlo na to, že je to Fibonacci, Tribonacci, $N$-bonacci. Len niektorí to však dokázali. Niektorí ste napísali, že je to Tribonacci a nič viac. Toto samotné nestači, lebo v skutočnosti sa berie do úvahy Tribonacci až od tretieho prvku
`http://mathworld.wolfram.com/TribonacciNumber.html`
Mnoho z vás neuviedlo postup, len výsledok. Viem, že pre niektorých je jasný, avšak v prípade, že sa mýlite vo výsledku, máte to žiaľ za nulu. Ďalším častým problémom bola neúplná rekurentná definícia: Bol uvedený len rekurentný vzorec, ale nie prvých k členov. Vyskytlo sa aj zopár riešení využívajúcich princíp inklúzie a exklúzie. Ich problémom bolo, že ste mnoho postupností zarátali viackrát, takže vám vyšli oveľa väčšie riešenia A našli sa aj takí, čo nečítali poriadne zadanie a úlohu riešili pre $n = 10$ a nie pre $n <= 10$.

## poznámky k príkladu 1.2

Všetky tri podúlohy sa dali riešiť rôznymi spôsobmi. Uvediem len niektoré z nich.

1. Úloha sa dala riešiť napr. pomocou permutácií s opakovaním. Majme postupnosť dĺžky 10, kde sa nachádza $i$ znakov $a$ a $j$ znakov $b$. Nachádza sa tam teda aj $10-i-j$ znakov $c$. Počet takýchto postupností zrátame ako
$$\frac{10!}{i!j!(10-i-j)!}.$$
Teraz už len musíme zosumovať tento výraz pre vhodné $i$ a $j$. Keďže môžeme mať maximálne 2 znaky $a$ a minimálne 3 znaky $b$, tak $i \in \{0,1,2\}$ a $j \in \{3,4,\ldots,10\}$. Výsledok je
$$\sum_{i=0}^{i=2} \sum_{j=3}^{j=10-i} \frac{10!}{i! \cdot j! \cdot (10-i-j)!}.$$
Najčastejšia chyba, ktorej ste sa dopúšťali bolo, že ste rovnakú možnosť zarátali viackrát. Pre prípad, keď postupnosť neobsahuje ani jeden znak $a$, ste zrátali počet takýchto postupností ako
$$\binom{10}{3} \cdot 2^7$$
kde $\binom{10}{3}$ predstavuje všetky možnosti, kde sú zafixované 3 znaky $b$, ktoré tam určite musia byť a zvyšných 7 znakov môžu byť buď $b$ alebo $c$. Toto ale nie je správne! Vezmime si napr. postupnosť *bbbccccbbb*. Táto postupnosť je zarátana aspoň dvakrát. Prvýkrát, keď zafixujeme prvé tri znaky $b$ a ostatné doplníme ľubovolne $b, c$. Druhýkrát, keď zafixujeme posledné tri znaky $b$.

2. Predpokladajme, že máme $i$ znakov $b$, teda aj $i$ znakov $c$ v postupnosti. Máme teda $\binom{n}{i}$ môžností, kam môžeme dať všetkých $i$ znakov $b$. Teraz sa pozrieme na možnosti pre

znaky $c$. Zostalo nám voľných $n-i$ miest, teda možností je $\binom{n-i}{i}$. Dokopy teda máme

$$\sum_{i=0}^{n/2} \binom{n}{i} \binom{n-i}{i}$$

možností pre znaky $b$ a $c$. Všetky ostatné znaky - znaky $a$ sú jednoznačne určené. Teda predchádzajúca suma je aj celkovým riešením.

3. Najjednoduchší spôsob, ako riešiť túto úlohu, bol cez kombinácie s opakovaním. To čo chceme vyrátať je v skutočnosti problém, ako rozdeliť $n$ nerozlíšiteľných objektov na tri skupiny, čiže

$$\binom{3+n-1}{n} = 1/2(n+1)(n+2).$$

## poznámky k príkladu 1.3

Túto úlohu sa úspešne podarilo vygooglit väčšine z vás. To však nebol úmysel tejto úlohy... :-( Samozrejme, študovať odbornú literatúru, web a fóra je dobre a často potrebné, je super spýtať sa kamarátov alebo zájsť na konzultácie za prednášajúcim alebo cvičiacimi. ALE už nie je správne celé riešenie odkiaľsi skopírovať (prípadne ho predtým ešte kozmeticky modifikovať, aby vyzeralo trochu inak). Tento predmet vás chce trénovať v samostatnom rozmýšľaní. Dúfame, že sa nám podarí vám ukázať, že objaviť niečo vlastnou hlavou je oveľa krajší pocit než len preberať cudzie riešenia.