Úlohy 2 (29.9.2011)

Termín: **15:00, 6. október 2011**, do krabíc pri I-21. Každý príklad píšte na samostatný papier A4! Nezabudnite sa podpísať a uviesť skupinu kam chodíte na cvičenia (meno cvičiaceho resp. čas cvičenia a miestnosť).

Vždy uveďte aj zdôvodnenie vášho riešenia! (Nestačí len áno/nie alebo číslo.)

Príklad 1. Nech Σ_1 a Σ_2 sú dve abecedy. h je homomorfizmus zo Σ_1 do Σ_2. Určite

a) koľko existuje rôznych homomorfizmov h takých, že $|h(a)| \leq 2$ pre všetky $a \in \Sigma_1$,

b) koľko existuje rôznych homomorfizmov h, pre ktoré platí, že $\forall a \in \Sigma_1 : (|h(a)| \leq 1$ a $\{a\} = h^{-1}(h(a)))$, môžete predpokladať, že $|\Sigma_1| \leq |\Sigma_2|$.

Príklad 2. Nech h je ľubovoľný homomorfizmus, L_1 a L_2 sú ľubovoľné jazyky nad rovnakou abecedou. Dokážte alebo vyvráťte nasledujúce tvrdenia:

a) $h(L_1 \cap L_2) = h(L_1) \cap h(L_2)$,

b) $h^{-1}(L_1 \cup L_2) = h^{-1}(L_1) \cup h^{-1}(L_2)$,

c) $h^{-1}(L_1 \cap L_2) = h^{-1}(L_1) \cap h^{-1}(L_2)$.

Príklad 3. Vrcholové pokrytie grafu $G = (V, E)$ je ľubovoľná množina vrcholov U ($U \subseteq V$) taká, že pre každú hranu z $\{u, v\} \in E$ platí, že alebo $u \in U$, alebo $v \in U$ (alebo oboje). Problém minimimálneho vrcholového pokrytia (MIN-VCP) je minimalizačný problém, kde hľadáme pre daný graf G pokrytie s najmenším počtom prvkov.

a) Odhadnite množinu všetkých vrcholových pokrytí grafu: (V, E), kde $V = \{v_1, v_2,$ $v_3,$ $v_4 v_5\}$ a $E = \{\{v_1, v_2\}, \{v_2, v_3\}, \{v_3, v_4\}, \{v_4, v_5\}, \{v_5, v_1\}, \{v_5, v_3\}, \{v_4, v_2\}, \}$.

b) Vytvorte formálnu špecifikáciu MIN-VCP ako 6-ticu. Na reprezentáciu vstupných inštancií a prípustných riešení použite abecedu $\{0, 1, \#\}$.