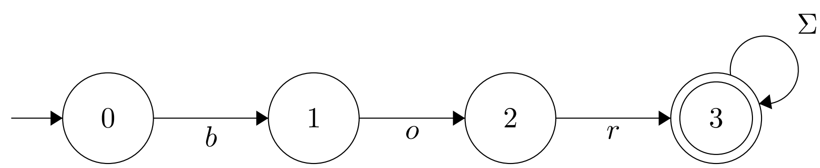
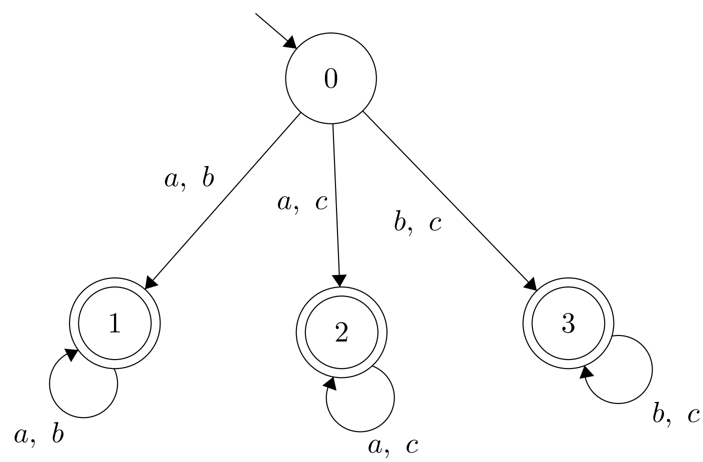
1. príklad

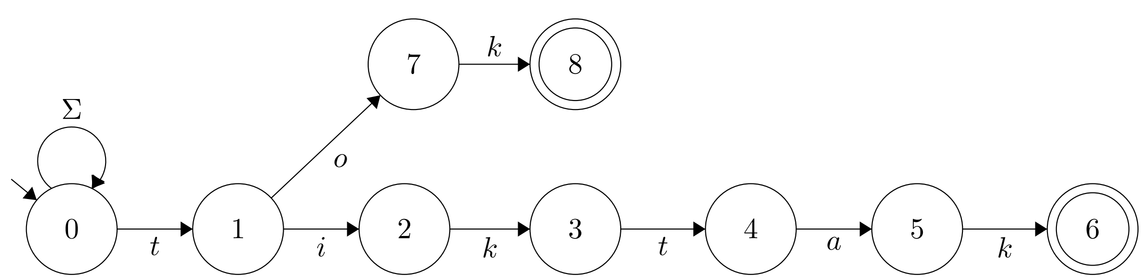
(a) Na obrázku sa nachádza NKA M, ktorý rozpoznáva jazyk $L(M) = \{bob\beta \mid \beta \in \Sigma^*_{a-z}\}$. Prerobte ho na DKA, ktorý bude rozpoznávať rovnaký jazyk.



(b) Na obrázku sa nachádza NKA M. Aký jazyk (intuitívne) rozoznáva? Prerobte ho na deterministický.



(c)* Aký jazyk rozoznáva NKA na obrázku? Prerobte ho na DKA.



Riešenie príkladu 1.b

Na to, aby sme zistli, aký jazyk automat rozoznáva, sa pozrime do jednotlivých stavov. V stave 0 skončí iba prázdne slovo. Do stavu 1 sa dostaneme po a alebo b a v stave 1 sa ďalej po týchto znakoch aj môžeme cykliť. Skončia tu teda slová z jazyka $\{a, b\}^*$. Do stavu 2 sa vieme dostať iba po a a c, a opäť sa v ňom cyklíme po tých istých znakoch. Čiže slová, ktoré skončia v tomto stave budú z jazyka $\{a, c\}^*$. Pre stav 3 to budú slová z jazyka $\{b, c\}^*$.

Výsledný jazyk by sme preto mohli opísať ako jazyk všetkých takých neprázdnych slov w nad abecedou $\{a, b, c\}$, v ktorých sa vyskytujú najviac dva symboly z abecedy, respektíve, v ktorých $|w|_a = 0 \vee |w|_b = 0 \vee |w|_c = 0$.

Prečo o tomto automate hovoríme ako o nedeterministickom? Pozrime sa na stav 0. Do ktorého stavu sa posunieme, ak na vstupe prečítame a? Máme dve možností – buď sa posunieme do stavu 1 alebo do stavu 2. Rovnako dve možnosti máme, ak na vstupe prečítame b alebo c. A čo sa stane, ak by sme boli napríklad v stave 1 a mali by sme ešte prečítať c? Takýto prechod v tomto automate nie je. Môže taká situácia vôbec nastať? Napríklad slovo *abc* – vieme takéto slovo celé niekde prečítať? Nie, môžeme to preto označiť ako *mŕtvy výpočet*, čiže výpočet na tomto slove nikde neskončí, takže slovo nie je z jazyka. Ale ako vieme, kam sa posunúť a či nebola iná možnosť, ktorá by skončila v akceptačnom stave? Nedeterminizmus si môžete predstaviť dvoma spôsobmi. Predstavte si, že NKA je vlastne bludisko – stavy sú miestnosti a prechody chodby. Vaším cieľom je sa so svojím slovom dostať do miestnosti, v ktorej je poklad (akceptačného stavu). Ak sa vám to nepodarí, čiže sa nedostanete k pokladu a neskončíte v danej miestnosti, tak vaše slovo nebude z jazyka automatu (nebude akceptované).

(a) Ste čarodejník a máte **magickú guľu**. Vždy, keď sa môžete vydať viacerými cestami (prechodmi), spýtate sa magickej gule a ona vám odporučí tú správnu. V prípade slova *abc* by vás napríklad poslala do miestnosti 1, potom opäť do 1 a nakoniec by zistila, že nemáte kam ísť, tak by ste sa zasekli – čiže by ste nevyšli z bludiska. Neskončili ste v akceptačnom stave, takže máte zlé slovo. Pre slovo *bbbbbccb* by vám guľa odporučila ísť do stavu 3, kde by ste aj skončili a vyhrali poklad – slovo je z jazyka, ktorý rozoznáva náš NKA.

(b) Ste Alibaba a máte (aspoň) **100 zbojníkov**. Ako ich využijete? Vždy, keď máte na výber viacero ciest, každou pošlete nejakého zbojníka. Tým zabezpečíte, že vyskúšate všetky možnosti. No ale ako budete vedieť, že je to vaše slovo správne? Ak aspoň jeden zo zbojníkov prešiel po všetkých zadaných chodbách (po všetkých písmenách slova) a nikde

Tabuľka 1: Prechodová funkcia NKA

	a	**b**	**c**
0	{1,2}	{1,3}	{2,3}
1	{1}	{1}	$\emptyset$
2	{2}	$\emptyset$	{2}
3	$\emptyset$	{3}	{3}

sa nezasekol a skončil v miestnosti s pokladom (v akceptačnom stave), tak si poklad môžete zobrať. Slovo akceptujete.

Vráťme sa k nášmu príkladu a skúsme si spísať prechodovú funkciu tohto automatu do tabuľky, aby sme videli, kedy máme viac možností na posun.

Túto tabuľku budeme potrebovať na to, aby sme vedeli zostrojiť DKA, ktorý rozpozná rovnaký jazyk[1]. Stavy v prerobenom DKA budeme označovať $\langle P\rangle$, kde $P \subseteq Q$. Takže napríklad: $\langle\{0,1\}\rangle$,

- Začnime vstupným stavom.Prvý riadok bude takmer rovnaký, ako v prvej tabuľke, ale všimnite si, že počiatočný stav sme už nazvali $\langle\{0\}\rangle$.

- Následne do prvého stĺpca tabuľky pridáme všetky stavy, do ktorých sme sa dostali v tomto riadku, čiže stavy $\langle\{1,2\}\rangle$, $\langle\{1,3\}\rangle$, $\langle\{2,3\}\rangle$. Ako zistíme, kam sa dostaneme v DKA z týchto stavov? Spravíme zjednotenie prechodov zo stavov, ktoré sú uvedené v množine. Takže pre stav $\langle\{1,2\}\rangle$ pozeráme do tabuľky pre NKA na riadok so stavom 1 a stavom 2 a robíme zjednotenie ich prechodov.

- Rovnaký postup použijeme pri stavoch $\langle\{1,3\}\rangle$ a $\langle\{2,3\}\rangle$. V tabuľke nám vzniknú ďalšie stavy – $\langle\{1\}\rangle$, $\langle\{2\}\rangle$, $\langle\{3\}\rangle$. Použijeme tieto riadky z prvej tabuľky[2].

- V tabuľke sme sa dostali ešte do jedného stavu – $\langle\emptyset\rangle$. Je aj toto stav? Je to množina? Áno, hoci prázdna, takže áno, je to stav. Kam sa z neho po jednotlivých prechodoch dostaneme? Späť do neho. Práve toto nám spôsobovalo „zaseknutie” v pôvodnom automate, preto stav $\langle\emptyset\rangle$ bude akoby odpadový – pôjdu tam všetky prechody, ktoré sa v NKA zasekli, a všetky slová, ktoré sme v NKA neriešili, lebo nám nevyhovovali.

[1] Tabuľku nutne nepotrebujete, môžete vychádzať z diagramu a rovno DKA kresliť.

[2] Mohli by ste sa spýtať, prečo sme ich tam nedali hneď. Mohli sme, ale postup, ktorý opisujeme, nám umožní zostrojovať iba dosiahnuteľné stavy. Tj. ak sa do stavu dostaneme z počiatočného, tak ho zostrojíme, inak nie.

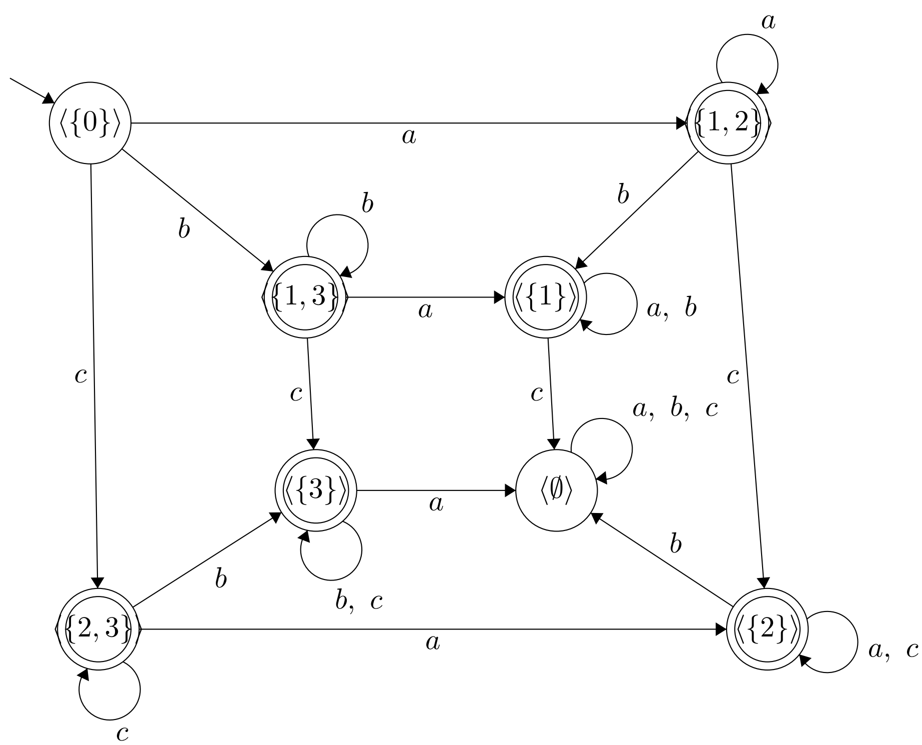
Tabuľka 2: Prechodová funkcia DKA

	a	**b**	**c**
$\langle\{0\}\rangle$	$\langle\{1,2\}\rangle$	$\langle\{1,3\}\rangle$	$\langle\{2,3\}\rangle$
$\langle\{1,2\}\rangle$	$\langle\{1,2\}\rangle$	$\langle\{1\}\rangle$	$\langle\{2\}\rangle$
$\langle\{1,3\}\rangle$	$\langle\{1\}\rangle$	$\langle\{1,3\}\rangle$	$\langle\{3\}\rangle$
$\langle\{2,3\}\rangle$	$\langle\{2\}\rangle$	$\langle\{3\}\rangle$	$\langle\{2,3\}\rangle$
$\langle\{1\}\rangle$	$\langle\{1\}\rangle$	$\langle\{1\}\rangle$	$\langle\emptyset\rangle$
$\langle\{2\}\rangle$	$\langle\{2\}\rangle$	$\langle\emptyset\rangle$	$\langle\{2\}\rangle$
$\langle\{3\}\rangle$	$\langle\emptyset\rangle$	$\langle\{3\}\rangle$	$\langle\{3\}\rangle$
$\langle\emptyset\rangle$	$\langle\emptyset\rangle$	$\langle\emptyset\rangle$	$\langle\emptyset\rangle$

- Nevznikli nám žiadne nové stavy, takže prechodová funkcia je kompletná. Koľko stavov bude mať náš DKA? 8. A ktoré z nich budú akceptačné? Všetky tie, ktoré obsahujú stavy, ktoré predtým boli akceptačné.

- Skúsme si ho nakresliť, aby sme videli rozdiel. vidíme, že DKA má 8 stavov. Ale ani to nie je maximálny počet stavov, ktorý by mať mohol.

- Koľko stavov DKA vie vzniknúť podmnožinovou konštrukciou zo 4-stavového NKA? Toľko, koľko podmnožín vie vzniknúť z množiny $\{0,1,2,3\}$. Spomeňte si prvé cvičenia a váš výsledok zovšeobecnite na $n-$stavové automaty.


⟨{0}⟩
⟨{1,2}⟩
⟨{1,3}⟩
⟨{1}⟩
⟨{3}⟩
⟨∅⟩
⟨{2,3}⟩
⟨{2}⟩
a
b
c
a, b
a, b, c
b, c
a, c