

UTI 02 Jazyky

1. Vymyslite

- aspoň tri príklady jazykov nad abecedou $\Sigma = \{0, 1\}$. Sú vaše jazyky konečné alebo nekonečné?
- dva konečné jazyky L_1, L_2 nad abecedou $\Sigma = \{a, b, c, d\}$. Potom zistite, čomu sa rovnajú množiny:
 - $L_1 \cup L_2$
 - $L_1 \setminus L_2$
 - $L_1 \cdot L_2$
 - $L_2 \cdot L_1$
 - L_1^2
 - L_2^3
 - L_1^0

2. Čo z bežného (informatického) života môže byť jazykom? Nad akou abecedou?

3. Môže byť prienik:

- 2 konečných jazykov nekonečný jazyk?
- 2 nekonečných jazykov konečný jazyk?
- 2 nekonečných jazykov nekonečný jazyk?

4. Slovné popíšte, aké slová obsahujú nasledujúce jazyky. Potom zistite, pre ktoré dvojice jazykov platí vzťah \subseteq .

- $L_1 = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
- $L_2 = \{a^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N}\}$
- $L_3 = \{a^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N}, m > n\}$
- $L_4 = \{a^n b^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$
- $L_5 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$

5. Majme abecedu Σ , nech $A, B, C \subseteq \Sigma^*$. Dokážte, že:

- $A \{\lambda\} = \{\lambda\} A = A$
- $(AB)C = A(BC)$
- $A(B \cup C) = AB \cup AC$
- $(B \cup C)A = BA \cup CA$
- $A(B \cap C) \subseteq AB \cap AC$
- $(B \cap C)A \subseteq BA \cap CA$
- *Platí nasledovná rovnosť $A(B \cap C) = AB \cap AC$, pre jazyky nad abecedou $\{0\}$?
- *Nech $A \subseteq \Sigma_1^*$ a $B, C \subseteq \Sigma_2^*$ pre abecedy Σ_1, Σ_2 také, že $\Sigma_1 \cap \Sigma_2 = \emptyset$.
Platí $A(B \cap C) = AB \cap AC$?

6. Majme abecedu $\Sigma = \{0, 1\}$.

- Nech $A = \Sigma^2$. Čo je potom A^* ?
- Nech A je rovnaké ako v časti a), a $B = \{0, 1\}$. Aké slová obsahuje jazyk BA^* ?
- Aký je rozdiel medzi jazykmi $\{0\}\{0, 1\}^*$ a $\{0\}\{0, 1\}^+$? Čo obsahujú?
- Ako zapíšete jazyk všetkých slov nad abecedou Σ , ktorý obsahuje sufix 11?
- Ako zapíšete jazyk všetkých slov nad abecedou Σ , ktorý obsahuje podslovo 010?

- f) Čo budeme musieť zmeniť v riešení predchádzajúcich dvoch úloh, aby jazyky obsahovali vlastný sufix resp. vlastné podslovo?
- g) do ktorých z nasledovných jazykov nad Σ^* patrí slovo 00010?
- $\{0, 1\}^*$
 - $\{00\}\{0\}^*\{10\}$
 - $\{000, 101\}\{10, 11\}$
 - $\{000\}^*\{1\}^*\{0\}$
 - $\{00\}^*\{10\}^*$
 - $\{0\}^*\{1\}^*\{0\}^*$
7. Nech $\Sigma_1 = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$, $\Sigma_2 = \{a, b, c, \dots, z\}$. $L_1 = \Sigma_1^1$, $L_2 = \Sigma_2^1$.
- a) Popíšte, aké slová budú obsahovať jazyky:
- L_1L_2
 - $L_2L_1^3$
 - $L_1L_2^*$
 - $L_2L_1^+$
 - L_1+L_2
 - $(L_1 \cup L_2)L_1$
 - $L_1^2(L_1 \cup L_2)$
 - $(L_1 \cup L_2)^*L_1$
- b) Ako by ste zapísali jazyk slov nad abecedou $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$, ktoré sa:
- končia písmenom
 - začínajú číslom a majú dĺžku aspoň 2
 - majú dĺžku deliteľnú tromi
8. Nájdite príklad jazykov A,B, pre ktoré platí: $A \neq B$ ale $A^2 = B^2$.
9. Zapište jazyk $L = \{0^{m+2}1^{2m}2^{m+3} \mid m \geq 1\}$ ako prienik dvoch jazykov L_1 a L_2 , ktoré spĺňajú súčasne nasledujúce podmienky:
- $L_1 \not\subseteq L_2$ a $L_2 \not\subseteq L_1$,
 - $L_1, L_2 \subseteq \{0\}^+\{1\}^+\{2\}^+$,
 - $L_1 - L$ a $L_2 - L$ sú nekonečné jazyky.

Odôvodnite, že navrhnuté jazyky spĺňajú tieto podmienky a že ich prienikom dostaneme L.